

25.2.08

טעגורע עיגורע (תרגיל)

טעגורע אינגאנצן

א סע אטעגורע אינגאנצן $\det A$ אטעגורע אינגאנצן $A_{n \times n}$

קעגורע אינגאנצן (אטעגורע) $M_n(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ אטעגורע אינגאנצן

אטעגורע אינגאנצן אטעגורע

$\det A = 0$ אטעגורע אינגאנצן אטעגורע אינגאנצן

$\det I = 1$

הטעגורע אינגאנצן

$$R_i = \alpha v + \beta w$$

$$A = \begin{pmatrix} -R_i - \\ \alpha v + \beta w - \\ -R_n - \end{pmatrix}$$

$$\det A = \alpha \det \begin{pmatrix} -R_i - \\ v - \\ -R_n - \end{pmatrix} + \beta \det \begin{pmatrix} -R_i - \\ w - \\ -R_n - \end{pmatrix}$$

אטעגורע אינגאנצן (אטעגורע אינגאנצן)

אטעגורע אינגאנצן אטעגורע אינגאנצן A_{ij} אטעגורע אינגאנצן $A_{n \times n}$ אטעגורע אינגאנצן $j=1, \dots, n$ אטעגורע אינגאנצן

$$\det A = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} (-1)^{i+j}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 6 & 8 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 8 \end{vmatrix} (-1)^{1+1} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 5 & 8 \end{vmatrix} (-1)^{1+2} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} (-1)^{1+3}$$

$$= 2 \cdot 8 - 3 \cdot 0 + 4 \cdot (-5) = 16 - 20 = -4$$

$$= 0 \cdot \begin{vmatrix} - & - \\ - & - \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 8 \end{vmatrix} (-1)^{2+2} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} (-1)^{2+3} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 8 \end{vmatrix} = 16 - 20 = -4$$

$\det A = \det A^T$ אטעגורע אינגאנצן

$\det A = \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot A_{ij} \cdot (-1)^{i+j}$ אטעגורע אינגאנצן $j=1, \dots, n$ אטעגורע אינגאנצן (אטעגורע אינגאנצן) אטעגורע אינגאנצן

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 0 & 6 & 1 \\ 1 & 9 & 8 \end{vmatrix} = 0 \cdot \begin{vmatrix} - & - \\ - & - \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} - & - \\ - & - \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} (-1)^{3+3} = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 30 = -28$$

(אטעגורע אינגאנצן) אטעגורע אינגאנצן

$$\det AB = \det A \cdot \det B$$

אטעגורע אינגאנצן

אטעגורע אינגאנצן

$$\det(P(A)) = \det(P(I) \cdot A) = -\det A \quad \leftarrow \det(P(I)) = -1 \quad \because P: \mathbb{R}_i \leftrightarrow \mathbb{R}_j$$

det A = 1/lambda det(AA) <=> det(P(A)) = lambda det A <=> det(P(I)) = lambda : P: R_i <- lambda R_i

det(P(A)) = det A <=> det(P(I)) = 1 : P = R_i <- R_i + lambda R_i

det(A * P(I)) = det A * det P(I) : כל מה

Matrix operations: [4 6 8 6 | 0 -3 0 -1 | 3 3 -4 -2 | -2 3 4 2] ... [2 3 4 3 | 0 -3 0 -1 | 5 6 0 1 | -3 0 0 -1]

3 rows ... 2 * 4 [0 3 -1 | 5 6 1 | -6 0 -1] (-1) = 8 [0 3 -1 | 5 0 -1 | -4 0 -1] = 8(-3) [5 -1 | -4 -1] = 24(-5 -4) = -216

Matrix [a b c | d e f | g h i] = 5

Matrix [a b c | d-2a e-3b f-3c | 2g 2h 2i] = 2 * [a b c | d e f | g h i] = 2 * 5 = 10

det A != 0 <=> הפיכה A_nxn

det(A * A^-1) = det A * det A^-1 = det I = 1

=> det A != 0

אם א-1 קיים אז הפיכה A. det A = lambda * |...| = 0

הפיכה: (אם) ...

A = [lambda+3 -1 1 | 7 lambda-5 1 | 6 -6 lambda+2]

det A = 0 ...

det A = [lambda+3 1 -1 | lambda-1 lambda-4 0 | -lambda(lambda+5) lambda 0] = [4*lambda lambda-4 | -lambda(lambda+5) lambda-4] = -(lambda-4)(lambda-4) - (lambda-4)(-lambda(lambda+5))

= (lambda-4)(lambda^2 + 4*lambda + 4) = (lambda-4)(lambda+2)^2 => lambda != 4, -2 <=> הפיכה A

(10) ...

25.2.01

3

1207 - 230718 222810

(1207)

$$\begin{vmatrix} a+b & & & & a-a \\ & a+b & & & \\ & & a & & a \\ & & & & \\ & & & & \\ a & & & & a-b \end{vmatrix}$$

$$P_i \leftarrow R_i - R_n$$

$$=$$

$$i=1, \dots, (n-1)$$

$$\begin{vmatrix} b & 0 & & & 0-b \\ 0 & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \\ & & & b & 0 \\ & & 0 & 0 & -b \\ a & a & a & a & a(a+b) \end{vmatrix}$$

1207

$$C_i \leftarrow C_i + C_1$$

$$i=2, \dots, n$$

$$=$$

$$\begin{vmatrix} 0 & b & & & 0-b \\ 0 & & & & \\ 0 & & 0 & & \\ 0 & & & & \\ 0 & 0 & & & b-b \\ 0 & & & & \\ na+b & a & & & a+b \end{vmatrix}$$

1207 230718 230718 1207 1207

$$= (na+b)(-1)^{n+1}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & & & & 0-b \\ b & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ 0 & & & & \\ b-b & & & & (n-1) \times (n-1) \end{vmatrix}$$

$$= (na+b)(-1)^{n+1} \cdot (-b)(-1)^n \cdot \begin{vmatrix} b & 0 \\ 0 & b \end{vmatrix}_{(n-2) \times (n-2)}$$

$$= (na+b)(-1)^{2n+1} \cdot (-b) \cdot b^{n-2}$$

$$= (na+b) b^{n-1}$$

1207 230718 230718 1207 1207
1207 230718 230718 1207 1207